

# 小学儿童表征模型的使用及其与表征水平的关系

仲宁宁<sup>1</sup>, 陈英和<sup>2</sup>, 王晶<sup>2</sup>

(1.北京青年政治学院社会工作系,北京 100102;2.北京师范大学发展心理研究所,北京 100875)

**【摘要】** 目的:考察学生在理解阶段和执行阶段使用表征模型的情况,并考察表征水平对表征模型使用的影响。方法:运用实验法对某普通小学的158名4~6年级学生进行应用题改写任务和缩写任务,以及长方形面积任务。结果:①随着年级的升高,学生在理解阶段依然都选用情境模型,而在执行阶段则越来越多选用问题模型;②表征水平越高,学生在理解阶段更多采用情境模型表征问题,在执行阶段更多采用问题模型表征问题。结论:个体对问题的表征取决于问题解决所处的阶段,表征水平对表征模型的选择具有重要的影响作用。

**【关键词】** 小学儿童;表征水平;表征模型

中图分类号: R395.1 文献标识码: A 文章编号: 1005-3611(2009)05-0588-04

## Elementary Students' Representational Model in Math Word Problem and Relationship with Representational Level

ZHONG Ning-ning, CHEN Ying-he, WANG Jing

Social Work School, Beijing Youth Politics College, Beijing 100102, China

**【Abstract】 Objective:** To explore students' representational model in apprehensive phase and in executive phase, and the representational level in math word problems and its influence on representational model. **Methods:** Rewriting task, abbreviation task and rectangle area task were administered to 158 students from the fourth to sixth grade by experiment method. **Results:** ①With the increasing of the grades, situation model was still used in apprehensive phase and problem model was much more used in executive phase; ②The higher representation level was, the more situation model was used in apprehensive phase and the more problem model was used in executive phase. **Conclusion:** Representation model is based on phase of problem solving, and influenced by representation level.

**【Key words】** Elementary student; Representation level; Representational model

当个体遇到问题时,首先针对问题建立准确的表征模型,从而发现哪些是问题解决中需要的相关信息,哪些是不需要的无关信息,相关信息会受到注意并被组织起来,形成问题解决的答案,而无关信息将被舍弃掉。研究者在关于问题解决中表征模型的使用情况上还存在分歧。Kintsch认为<sup>[1]</sup>,当解决数学应用题时,个体所建构的问题表征包括了解决问题时所必需的条件,他们称之为“问题模型”(problem model, PM)。建立问题模型的个体会从题目中抽取与问题解决相关的信息,如对象、数量等。Staub和Reusser等人认为<sup>[2]</sup>,当解决数学应用题时,个体建构的问题表征形式应是“情境模型”(situation model, SM)。建立情境模型的个体会从题目中抽取便于个体理解的信息建构问题表征,如对象、行动、事件间的关系等,而不是单纯地提取出那些仅与问题解决相关的信息。

数学问题解决有两个主要阶段:理解和执行<sup>[3]</sup>,

个体对问题的表征到底是问题模型还是情境模型,有可能取决于问题解决所处的阶段,个体处于不同的问题解决阶段将会选择不同的表征模型。由此研究采用改写任务和缩写任务来分别考查学生在理解阶段和执行阶段表征模型的使用情况及发展趋势。

表征水平的高低反映了学生对问题的理解深度,进而影响其问题解决的结果。表征水平的高低将明显地影响其对问题解决表征模型的建立,从而影响其问题解决的灵活性和有效性,由此研究还将采用长方形面积任务测量学生的表征水平,以考察表征水平对表征模型使用的影响。

## 1 对象与方法

### 1.1 被试

本研究从某所普通小学中整班选取了4~6年级学生,其中四年级50人(男27人、女23人)、五年级54人(男28人、女26人)、六年级54人(男27人、女27人)。

### 1.2 材料

1.2.1 长方形面积任务 实验内容为求解长方形面积问题。最基本的算术应用题只涉及三个集合,其中

**【基金项目】** 全国教育科学规划国家重点项目(ABA050001);国家自然科学基金项目(30770729);北京市哲学社会科学规划项目(06BaJY010);北京市教育科学十一五规划课题(ACA08017)

通讯作者:陈英和

两个集合已知,求第三集合,可称之为集合之间的初级关系。如果集合的集合又与别的集合发生了关系,那就是建立在初级关系基础上的二级关系。依次类推,可以有三级关系、四级关系等。这种由关系的层级数决定的对问题理解的复杂性,可以称为表征水平。根据辛自强的研究结果<sup>[4]</sup>,本研究按照其表征水平的分类依据将题目分为四类,每一类设为表征的一级水平,四类即为四级表征水平,从低到高分别为:已知两条邻边求面积(水平一):有长、宽、面积3个集合,理解3个集合的关系,即表征初级关系就可以直接解决问题。已知一边以及它与邻边的关系求面积(水平二):有邻边的关系、长、宽、面积4个集合,被试先要表征邻边之间的初级关系,在理解初级关系的基础上才能表征长、宽与面积的关系,从而解决问题,这时长、宽与面积的关系成了二级关系。已知周长与一边求面积(水平三):有周长、长、宽、面积4个集合。被试先要表征周长与长、宽之间的初级关系,在理解初级关系的基础上才能表征长、宽与面积的关系,从而解决问题。但是与水平二不同,在水平三中表征初级关系应用到周长公式。已知周长以及与邻边的关系求面积(水平四):有邻边的关系、周长、长、宽、面积5个集合。被试先要表征邻边之间的初级关系,在理解初级关系的基础上才能表征长、宽与周长的关系,最后再表征长、宽与面积的关系,从而解决问题。

1.2.2 改写任务和缩写任务 为检验被试在表征数学应用题时具体使用哪种模型,实验选择具有以下三种类型信息的应用题:一个人有30只羊(NI),其中黑羊20只(EI),白羊10只(EI)。他在村里的交易集会上又买了几只羊(NI),他的羊群数量增多了(SI)。但一天晚上,他注意到山上有狼(SI),随后狼吃了12只羊(NI),回到家后(SI),他查点了一下羊群(SI),现在他剩下35只羊(NI),其中黑羊18只(EI),白羊17只(EI)。那么他在交易集会上买了多少只羊? 问题条件分为以下三种类型:①必要条件(NI):正确解决问题时所必需的信息,如初始状态,变化状态及最终状态。②情境条件(SI):描述题目中内隐的关系和事件结果,引导个体将现实生活中的经验引入到问题的理解中去。③多余数字条件(EI):在题目中没有实质作用,对解题没有影响。向被试呈现该类型的题目4道,先解答,然后让被试进行改写,该任务用于考察被试在问题理解阶段使用情境模型的情况。之所以先解答然后改写,是因为经过解答过程,被试能更加理解题目,可以按照解决过

程中的表征情况来取舍题目中的条件。改写任务要求被试以问题分析者的角度将题目改写成更易于理解的形式,代表了被试在理解阶段表征模型的状况。一星期后,让被试对这4道题目进行缩写,该任务用于考察被试在问题执行阶段使用问题模型的情况。缩写任务要求被试在不影响解题的条件下,将题目尽可能的缩短,只选择解决问题时必需的信息,代表了被试在执行阶段表征模型的状况。将被试在两次任务中选择条件按必要条件、情境条件和多余数字条件这三种类型进行归类,选择一句计1分。

### 1.3 实验程序

1.3.1 长方形面积任务 长方形面积任务在学校的计算机房采用单独施测。测试时,被试面对屏幕,主试控制实验流程。要求被试对呈现的题目进行列式,不需解答,做完后主试控制呈现下一题目。每一水平的题目3道,共12道,从水平一的题目开始呈现,直至水平四的题目。被试表征水平的标准为如在某一水平题目上只列对1道或全部列式错误,则该被试的表征水平为上一水平。

1.3.2 改写任务 利用被试的上课时间采用集体施测。向每位被试发放改写任务测试题纸。先让被试解答这些问题,然后要求被试将题目改写成更易于理解的形式,指导语为“有位同学不明白题意,为帮他分析题目,更好地理解题意,请把题目改写成更易于理解的形式。在需要的问题句上划√,在不需要的问题句上划×”。举一例题说明测试要求,并强调此测试没有标准答案,按学生自己的理解选择问题句。时间限制在30分钟。

1.3.3 缩写任务 在改写任务完成一周后,利用被试的上课时间采用集体施测。向每位被试发放缩写任务测试题纸。要求被试将题目尽可能的缩短,指导语为“这些题目都太长了,请同学们按照解决问题时需要的条件将题目进行缩写。在需要的问题句上划√,在不需要的问题句上划×”。举一例题说明测试要求。时间限制在30分钟。

### 1.4 数据处理

计算机自动记录被试在长方形面积任务中每一次反应的正确性;统计被试在改写任务和缩写任务中必要信息、情境信息和多余数字信息的选择数量。采用SPSS13.0对数据进行整理、统计和分析。

## 2 结 果

### 2.1 表征模型使用的年级差异

各年级被试在改写任务和缩写任务上必要条

件、情境条件和多余条件选择的数据。见附表。

为考察被试在理解阶段是否使用情境模型,在执行阶段是否使用问题模型,对数据进行配对样本  $t$  检验。结果发现,对于所有学生来说,两种任务中所选的必要条件的数量差异显著,  $t=3.75^{**}$ ,  $P<0.01$ ; 所选的情境条件的数量差异显著,  $t=5.55^{***}$ ,  $P<0.001$ ; 所选的多余条件的数量差异不显著。

对被试在改写任务和缩写任务中必要条件的选择情况进行单因素方差分析,以考察年级的变化趋势。结果发现,在改写任务中必要条件的选择上,年级变量的差异显著,  $F_{(2,155)}=6.65^{**}$ ,  $P=0.002$ 。Tukey 事后检验发现,六年级和四年级被试的差异显著,  $MD_{6-4}=0.33^{**}$ ,  $P=0.002$ 。在缩写任务中必要条件的选择上,年级变量的差异显著,  $F_{(2,155)}=13.76^{***}$ ,  $P<0.001$ 。Tukey 事后检验发现,六年级和四年级被试的差异显著,  $MD_{6-4}=0.70^{***}$ ,  $P<0.001$ ; 六年级和五年级被试的差异显著,  $MD_{6-5}=0.39^{**}$ ,  $P=0.009$ 。

对被试在改写任务和缩写任务中情境条件的选择情况进行单因素方差分析,以考察年级的变化趋势。结果发现,在改写任务中情境条件的选择上,年级变量的差异不显著。在缩写任务中情境条件的选择上,年级变量的差异显著,  $F_{(2,155)}=9.82^{***}$ ,  $P<0.001$ 。Tukey 事后检验发现,六年级和四年级被试的差异显著,  $MD_{6-4}=-0.43^{**}$ ,  $P=0.007$ ; 五年级和四年级被试的差异显著,  $MD_{5-4}=-0.60^{***}$ ,  $P<0.001$ 。在改写任务中,情境条件的选择情况并没有随着年级的变化而发生显著变化;在缩写任务中,情境条件的选择情况随着年级的升高而不断下降。

对被试在改写任务和缩写任务中多余条件的选择情况进行单因素方差分析,以考察年级的变化趋势。结果发现,在改写任务中多余条件的选择上,年级变量的差异显著,  $F_{(2,155)}=4.96^{**}$ ,  $P=0.008$ 。Tukey 事后检验发现,六年级和四年级被试的差异显著,  $MD_{6-4}=-0.33^{*}$ ,  $P=0.018$ ; 六年级和五年级被试的差异显著,  $MD_{6-5}=-0.28^{*}$ ,  $P=0.029$ 。在缩写任务中多余条件的选择上,年级变量的差异不显著。在改写任务中,随着年级的升高,被试越来越少地选择多余条件;在缩写任务中,多余条件的选择情况并没有随着年级的变化而发生显著变化。

## 2.2 表征水平对表征模型的使用影响

为考查不同表征水平的被试在改写任务上情境条件选择的差异,以改写任务中选择的情境条件为因变量,进行 3(年级)×3(表征水平)的多因素方差分析。

分析显示,在改写任务情境条件的选择上,年级的主效应不显著,表征水平的主效应不显著,年级和表征水平的交互作用不显著。

下面考查被试在缩写任务中对情境条件的选择情况。以缩写任务中选择的情境条件为因变量,进行 3(年级)×3(表征水平)的多因素方差分析。

分析显示,在缩写任务情境条件的选择上,年级的主效应显著,  $F_{(2,149)}=6.14^{**}$ ,  $P=0.003$ ; 表征水平的主效应显著,  $F_{(2,149)}=3.99^{*}$ ,  $P=0.021$ , 年级和表征水平的交互作用不显著。Tukey 事后检验发现,四年级和五年级被试的差异显著,  $MD_{4-5}=0.60^{*}$ ,  $P<0.001$ , 四年级和六年级被试的差异显著,  $MD_{4-6}=0.43^{**}$ ,  $P=0.006$ ; 表征水平二和水平四存在显著差异,  $MD_{2-4}=0.58^{**}$ ,  $P=0.004$ 。

对不同表征水平的被试在两种任务上的情境条件的选择数量进行配对  $t$  检验,以考查不同表征水平的被试在两种任务中情境条件的选择是否有差异。结果发现,表征水平二的被试在两种任务上对情境条件的选择数量差异不显著;表征水平三的被试在两种任务上对情境条件的选择数量差异显著,改写任务中对情境条件的选择数量多于缩写任务,  $t=3.881^{***}$ ,  $P<0.001$ ; 表征水平四的被试在两种任务上对情境条件的选择数量差异显著,改写任务中对情境条件的选择数量多于缩写任务,  $t=7.532^{***}$ ,  $P<0.001$ 。从数据显示,个体表征水平越高,改写任务中对情境条件的选择数量越多,而缩写任务中对情境条件的选择数量越少。

附表 各年级被试在两种任务上的平均成绩

		年级(M ± SD)		
		四	五	六
改写任务	必要条件	3.49 ± 0.62	3.62 ± 0.40	3.82 ± 0.30
	情境条件	1.32 ± 0.76	1.03 ± 0.64	1.29 ± 0.89
	多余条件	1.70 ± 0.39	1.65 ± 0.46	1.37 ± 0.73
缩写任务	必要条件	2.97 ± 0.87	3.28 ± 0.65	3.67 ± 0.47
	情境条件	1.09 ± 0.90	0.49 ± 0.65	0.66 ± 0.52
	多余条件	1.52 ± 0.48	1.37 ± 0.55	1.31 ± 0.79

## 3 讨 论

### 3.1 表征模型使用的年级比较

从本研究结果可得知,学生在改写任务中选择的必要条件和情境条件的数量要显著多于缩写任务中选择的数量。也就是说,学生在理解阶段更多地选择情境条件,使用情境模型来表征问题;在问题执行阶段,学生需要在头脑中将文字符号转换成数学符号,此时一些支持性信息被剔除了,只保留了问题解决的必要条件,所以学生此时使用问题模型来表征

问题。而对于多余条件来说,无论是建构情境模型还是问题模型,这些都是干扰信息,所以学生对这类信息的选择会比较少。

本研究表明,从学生的发展角度来看,无论在改写任务还是缩写任务中,对必要条件的选择都是随着年级的升高而升高。随着年级的升高,学生更容易把握问题的本质,对必要条件的识别能力也在不断加强。在改写任务中,对情境条件的选择情况并没有随着年级的变化而发生显著变化;在缩写任务中,对情境条件的选择情况随着年级的升高而不断下降。这说明各年级在理解阶段表征模型的建立中,都离不开情境信息的支持,在问题条件的选择上,倾向选择情境信息来帮助对问题的理解<sup>[5]</sup>。而在执行阶段中,高年级比低年级的学生更容易从问题条件中剔除不必要的情境信息,缩减表征模型,以形成问题解决的算术表达式。所以随着年级的升高,学生在理解阶段依然都选用情境模型,而在执行阶段则越来越多选用问题模型。

本研究也发现,在改写任务中,随着年级的升高,学生越来越少地选择多余条件;在缩写任务中,多余条件的选择情况并没有随着年级的变化而发生显著变化。这说明随着年级的升高,学生识别问题中多余条件的能力是在不断增强的,但这种能力并不稳定。这一结果说明,问题中的多余条件对学生问题的解决具有很大的迷惑作用,其他研究也发现相似结果。陈英和等人<sup>[6]</sup>的研究发现,条件充要应用题的成绩要好于条件多余和条件不足应用题,条件多余和条件不足应用题的正确率差异不显著。在现实教学中,教师经常鼓励学生对解题的程序过程进行记忆,特别是在特殊教育的数学指导中,教师更多强调的是对计算过程的机械记忆,而忽视概念性理解和将数学应用到现实问题情境中的能力,所以学生常常无法识别多余条件,建立对问题的准确表征模型<sup>[7]</sup>。

### 3.2 不同表征水平学生表征模型的差异

通过在改写任务和缩写任务中情境条件选择数量的方差分析显示,在改写任务中,对情境条件的选择情况并没有随着年级的变化而发生显著变化;在缩写任务中,对情境条件的选择情况随着年级的升高而不断下降。这说明各年级在理解阶段表征模型的建立中,都离不开情境信息的支持,在问题条件的选择上,倾向选择情境信息来帮助对问题的理解。

本研究通过对不同表征水平的学生在改写任务和缩写任务中情境条件选择数量的比较发现,个体

表征水平越高,对改写任务中情境条件的选择数量越多,而对缩写任务中情境条件的选择数量越少。也就是说,表征水平对表征模型的选择具有重要的影响作用,表征水平越高,学生在理解阶段更多采用情境模型表征问题,在执行阶段更多采用问题模型表征问题。随着表征能力的不断增强,个体有更多的认知空间建构对复杂问题的模型,并在问题执行阶段删除所有无关的信息。傅小兰等人<sup>[8]</sup>认为问题表征过程经历三个阶段或水平:①问题信息的搜索和提取;②理解和内化;③隐喻约束条件发现。问题信息的搜索和提取是知觉过程,这种知觉过程需要有关言语知识及言语理解能力、专门知识及问题解决经验的支持;理解和内化是对觉察到的信息的深加工,它需要知识基础、思维能力和问题解决技能;隐喻约束条件发现更需要丰富的知识基础、联想能力和创造能力,这里就涉及情境信息的参与。由此可见,高水平表征有助于个体利用情境条件更充分、深入地建构对问题的表征,并且能在问题执行阶段更准确地提取必要条件,删除情境条件和多余条件。

### 参 考 文 献

- 1 Kintsch W. Comprehension: A paradigm for cognition. Cambridge: Cambridge University Press, 1998
- 2 Staub FC, Reusser K. The role of presentational structures in understanding and solving mathematical word problems. In Weaver CA III, Manner S, Fletcher CR. Discourse comprehension. Essays in honor of Walter Kintsch. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, 1995. 285-305
- 3 Sternberg RJ, Talia BZ. The nature of mathematical thinking. Lawrence Erlbaum Associates, 1996. 27-79
- 4 辛自强. 关系-表征复杂性模型的检验. 心理学报, 2003, 35(4): 504-513
- 5 Hsin-Mei EH. The impact of context on children's performance in solving everyday mathematical problems with real-world settings. Journal of Research in Childhood Education, 2004, 18(4): 278
- 6 仲宁宁, 陈英和, 王明怡, 李慧. 小学二年级数学学优生与学困生应用题表征策略差异比较. 中国特殊教育, 2006, 3: 63-68
- 7 Woodwar J, Montague M. Meeting the challenge of mathematics reform for students with learning disabilities. Paper presented at the annual meeting of the council for exceptional children. Vancouver, Canada, 2000
- 8 傅小兰, 何海东. 问题表征过程的一项研究. 心理学报, 1995, 27(1): 204-210

(收稿日期: 2009-03-30)